Дронова Екатерина Николаевна
г. Барнаул
end@uni-altai.ru

УСТАНОВЛЕНИЕ СТУДЕНТАМИ СУЩЕСТВЕННЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ АБСТРАКТНЫМИ ПОНЯТИЯМИ КАК НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ИХ ПОНИМАНИЯ

Одним из основных направлений развития высшего профессионального образования является обеспечение условий для развития личности и творческих способностей студентов, индивидуализации форм, методов и систем обучения. Студенты не должны пассивно усваивать предлагаемое им содержание образования, необходимо стремиться к тому, чтобы они строили собственное содержание образования сообразно со своими способностями, интересами, возможностями. Достичь этого не представляется возможным при отсутствии у них понимания изученного учебного материала.

Проблема понимания студентами абстрактного учебного материала, в частности абстрактных понятий, стоит ещё более остро. Во многом это положение обоснованно отсутствием в реальной жизни соответствующих примеров, интерпретаций, прообразов. В связи с этим, понимание студентами абстрактных понятий зачастую не может произойти спонтанно и требует специальной работы по его организации [1].

Нацеленность в учебном процессе на создание условий для понимания абстрактных понятий требует, прежде всего, раскрытия сущности такого явления как понимание.

Вопрос о природе понимания чрезвычайно сложный и запутанный. «Понимание» – одно из самых распространенных и многозначных слов языка. В обычном смысле «понять» нечто – значит иметь представление о его строении и связи с другими предметами, уметь объяснить причины его возникновения и законы его развития. Вместе с тем существует и масса других оттенков в значении этого слова: возникновение соответствующего чувственного образа, интерпретация, привыкание к новой идеи, умение выразить знание своими словами, нахождение общей идеи, обнаружение и преодоление парадокса, умение сделать прогноз развития ситуации, степень овладения знанием и др.

Различные аспекты сущности понимания и условия его организации вскрываются и при рассмотрении этого явления с точки зрения отдельных наук – философии, психологии, педагогики.

С философской точки зрения (Е.К. Быстрицкий, С.С. Гусев, А.Л. Никифоров, Г.И. Рузавин, В.П. Филатов) понимание какого-либо объекта означает приписывание ему смысла или иначе наделение его интерпретацией [4]. Осуществляется этот процесс путем выдвижения гипотез и последующей их проверкой. Здесь особенно важно то, что объект может допускать различные интерпретации, характеризующие его с той или иной стороны, а поэтому один и тот же объект может быть понят различными людьми неоднозначно.

В отличие от философии психология понятие «понимание» (А.А. Брудный, В.П. Зинченко, В.В. Знаков, А.А. Леонтьев) исследует с другой стороны. С позиций данной науки сегодня можно говорить о двух подходах к изучению понимания: данное понятие рассматривается психологами в широком и узком смысле. Понимание в широком смысле – это установление существенных связей или отношений между предметами реальной действительности посредством применения (использования) знаний. С этой точки зрения понимание является компонентом различных познавательных процессов, в которых имеет место установление связей: осмысленного восприятия или узнавания, запоминания или воспроизведения, воображения или мышления. Понимание в узком смысле есть компонент только мышления как обобщенного и опосредствованного отражения существенных свойств и связей между предметами и явлениями.

Изучение понимания на более глубоких уровнях сознания вывело психологов на категории «смысл» и «значение»: «Понимание есть способность постичь смысл и значение объекта, явления, текста, что связано с выделением существенных элементов и их взаимосвязей» [2, с 138].

В среде педагогов также нет одного общепринятого определения понятия «понимание»:

- понимание – это мыслительный процесс, направленный на выявление существенных свойств предметов и явлений действительности, познаваемых в чувственном и теоретическом опыте человека (Б.М. Бим-Бад);
- понимание – это мыслительный процесс, направленный на выявление существенных причин и свойств предметов и явлений (Э.М. Браверман);
- понимание есть постижение смысла и значения объекта, явления, понятия, что связано не только с выделением содержательных взаимосвязей, но и с установлением их иерархии, значимости, включением в систему личностного опыта, в структуру более высокого порядка (Э.К. Брейтигам);
- понимание – это сложный механизм, который обеспечивает одновременно и примысливание-достраивание новых фактов к налично существующим, но недостаточным, и работу приведения к целостности наличных фактов совместно с примысленными-достроенными (С.Р. Когаловский);
- понимание – это процесс установления связи неизвестного, нового с уже известным; составление о чем-либо правильного понятия (Г.М. Коджаспирова);
- понимание всегда означает включение материала в систему уже сложившихся ассоциаций, связывание незнакомого материала с уже знакомым (В.А. Крутецкий);
- понимание есть способность постичь смысл и значение объекта, явления, текста, что связано с выделением существенных элементов и их взаимосвязей; главнейшее звено процесса понимания заключается не столько в установлении связей, но главным образом в определении значимости их (Е.И. Лященко);

- понимание – это процесс установления связи неизвестного, нового с уже известным, между раскрываемым новым свойством или закономерностью и достигаемой целью (А.М. Матюшкин);
- понимание – это уровень познания, при котором учащийся способен постичь смысл и значение изучаемого материала, может изложить и объяснить материал, высказать предположение о дальнейшем ходе событий (В.М. Полонский);
- понимание – это придание объекту смысла через отражение существенных свойств и связей объекта (И.В. Сапегина);
- понимание – это придание объекту смысла через отражение отношений, связей этого объекта с тем, что уже есть в сознании человека (О.В. Шереметьева).

Проведенный анализ различных определений понятия «понимание» позволяет нам рассматривать понимание абстрактных понятий как постижение их смысла и значения, что связано с выделением существенных элементов, их взаимосвязей, а главным образом с установлением значимости выделенных взаимосвязей, включением их в личностный опыт, в более обобщенную систему знаний. Иными словами, можно утверждать, что установление существенных связей между абстрактными понятиями является необходимым условием их понимания.

Рассмотрим конкретный пример организации работы студентов по установлению существенных связей между двумя абстрактными понятиями – машиной Тьюринга и конечным автоматом.

Данные понятия изучаются студентами педагогических вузов, обучающихся по специальности «Информатика». Установление взаимосвязей между понятиями «машина Тьюринга» и «конечный автомат» актуализируется не только высоким уровнем их абстракции, но и тем, что они изучаются студентами в разных учебных дисциплинах: машина Тьюринга рассматривается в рамках дисциплины «Теория алгоритмов», конечный автомат – в рамках дисциплины «Теоретические основы информатики».

Ключевой идеей при разработке системы учебных заданий, направленной на установление существенных связей между машиной Тьюринга и конечным автоматом, явилась следующая: машина Тьюринга может рассматриваться как пример конечного автомата. В соответствии с этой идеей нами были разработаны следующие задания:

1) обоснуйте, что машина Тьюринга является конечным автоматом;
2) покажите на конкретном примере, как машину Тьюринга по аналогии с конечным автоматом можно задать в виде ориентированного графа;
3) используя положения теории автоматов, докажите, что машины Тьюринга T_1 и T_2 с внешним алфавитом $A = \{\_, a, b\}$ (здесь _ – это символ пустой ячейки) и с представленными ниже программами (рис. 1) эквивалентны.

Программа машины Тьюринга T_1

	q_1
a	$q_1 b П$
b	$q_1 b П$
_	q_0_C

Программа машины Тьюринга T_2

	k_1	k_2
a	$k_2 b П$	$k_1 b П$
b	$k_2 b П$	$k_1 b П$
_	k_0_C	k_0_C

Рис. 1. Программы машин Тьюринга T_1 и T_2

Опишем решения предложенных задач.

Задание 1

Обоснуйте, что машина Тьюринга является конечным автоматом.

Решение

В соответствии с определением конечного автомата нужно показать, что машину Тьюринга можно представить также как и конечный автомат в виде множества объектов:

$$A = \{S, X, Y, s0, d, v\}, \text{ где}$$

S – конечное непустое множество (состояний),

X – конечное непустое множество входных сигналов (входной алфавит),

Y – конечное непустое множество выходных сигналов (выходной алфавит),

$s0 \in S$ – начальное состояние,

$d: S\times X \to S$ – функция переходов,

$v: S\times X \to Y$ – функция выходов.

Действительно, в машине Тьюринга $T = \{S, X, Y, s0, d, v\}$:

$S = Q = \{q_0, q_1, q_2 \dots q_n\}$ – алфавит внутренних состояний,

$X = A = \{a_0, a_1, a_2 \dots a_m\}$ – алфавит входных символов (входной алфавит),

$Y = \{a_0П, a_0Л, a_0C, a_1П, a_1Л, a_1C \dots a_mП, a_mЛ, a_mC\}$ – множество выходных сигналов (выходной алфавит);

$s0 = q_1 \in Q$ – начальное состояние;

$d: S\times X \to S$ – функция переходов и $v: S\times X \to Y$ – функция выходов задается в машине Тьюринга одновременно командами вида $q_j a_i \to q_k a_l X$, где $X = \{П, Л, C\}$. В соответствии с указанной командой: $d(q_j a_i) = q_k$, а $v(q_j a_i) = a_l X$, где $X = \{П, Л, C\}$.

Например, пусть дана машина Тьюринга T с внешним алфавитом $A = \{0, 1\}$ (здесь 0 – это символ пустой ячейки), алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ и со следующей программой:

$$q_1 0 \to q_2 0П,\ \ q_2 0 \to q_0 1C,\ \ q_1 1 \to q_1 1П,\ \ q_2 1 \to q_2 1П.$$

Зададим функции переходов d и выходов v в этой машине Тьюринга T таблично (рис. 2).

Функция переходов машины T

d	0	1
q_1	q_2	q_1
q_2	q_0	q_2

Функция выходов машины T

v	0	1
q_1	$0П$	$1П$
q_2	$1C$	$1П$

Рис. 2. Функция переходов и функция выходов машины T

Задание 2

Покажите на конкретном примере, как машину Тьюринга по аналогии с конечным автоматом можно задать в виде ориентированного графа.

Решение

Рассмотрим, например, машину Тьюринга T с внешним алфавитом $A = \{0, 1\}$ (здесь 0 – это символ пустой ячейки), алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ и со следующей программой:

$$q_1 0 \rightarrow q_2 0П,\ q_2 0 \rightarrow q_0 1C,\ q_1 1 \rightarrow q_1 1П,\ q_2 1 \rightarrow q_2 1П.$$

Функции переходов d и выходов v в этой машине Тьюринга T нами уже были заданы таблично (рис. 2). На основе этих таблиц представим машину Тьюринга T в виде ориентированного графа (рис. 3).

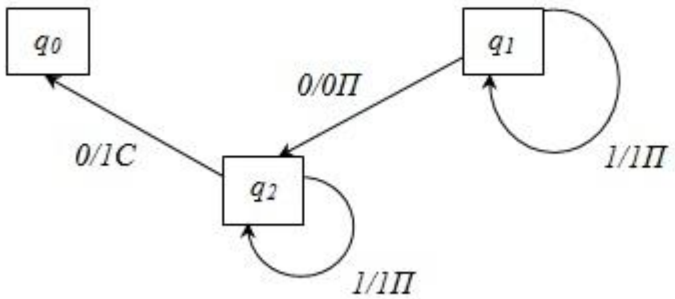

Рис. 3. Граф машины Тьюринга T

Опишем процесс построения ориентированного графа на основе программы машины Тьюринга.

Каждая команда программы машины Тьюринга $q_j a_i \rightarrow q_k a_l X$, где $X = \{П, Л, С\}$ представляется ребром ориентированного графа (направленным отрезком), соединяющим две его вершины. Причем каждой вершине приписывается соответствующее состояние машины Тьюринга (q_j или q_k), а дуге – символ $a_i/a_l X$ (рис. 4).

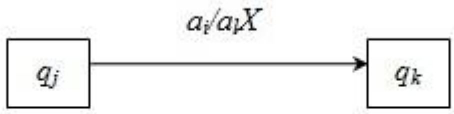

Рис. 4. Граф команды $q_j a_i \rightarrow q_k a_l X$ машины Тьюринга T

<u>Задание 3</u>

Используя положения теории автоматов, докажите, что машины Тьюринга T_1 и T_2 с внешним алфавитом $A = \{\_, a, b\}$ (здесь _ – это символ пустой ячейки) и с представленными ниже программами (рис. 5) эквивалентны.

Программа машины Тьюринга T_1

	q_1
a	$q_1 bП$
b	$q_1 bП$
_	q_0_C

Программа машины Тьюринга T_2

	k_1	k_2
a	$k_2 bП$	$k_1 bП$
b	$k_2 bП$	$k_1 bП$
_	k_0_C	k_0_C

Рис. 5. Программа машины Тьюринга T_1 и T_2

Решение

Для доказательства эквивалентности машин Тьюринга T_1 и T_2 воспользуемся теоремой Мура: «Два конечных автомата

$A = \{Sa, Xa, Ya, s0a, da, va\}$ и $B = \{Sb, Xb, Yb, s0b, db, vb\}$ с одинаковым входным алфавитом $Xa = Xb = X$ являются эквивалентными тогда и только тогда, когда для любого достижимого состояния (sa, sb) в их прямом произведении $A \times B$ справедливо: для любого сигнала x из X выполняется равенство $va(sa,x) = vb(sb,x)$».

Итак, машина Тьюринга $T_1 = \{Sa, Xa, Ya, s0a, da, va\}$, где

$Sa = \{q_0, q_1\}$ – алфавит внутренних состояний,

$Xa = \{\_, a, b\} = X$ – алфавит входных символов (входной алфавит),

$Ya = \{bП, \_С\}$ – множество выходных сигналов (выходной алфавит);

$s0a = q_1 \in Q$ – начальное состояние;

$da: Sa \times Xa \to Sa$ – функция переходов и $va: Sa \times Xa \to Ya$ – функция выходов задается в машине Тьюринга одновременно командами вида $q_j a_i \to q_k a_l X$, где $q_j, q_k \in Sa$, $a_i, a_l \in Xa$, $X = \{П, Л, С\}$. В соответствии с указанной командой: $da(q_j a_i) = q_k$, а $va(q_j a_i) = a_l X$.

Машина Тьюринга $T_2 = \{Sb, Xb, Yb, s0b, db, vb\}$, где

$Sb = \{k_0, k_1, k_2\}$ – алфавит внутренних состояний,

$Xb = \{\_, a, b\} = X$ – алфавит входных символов (входной алфавит),

$Yb = \{bП, \_С\}$ – множество выходных сигналов (выходной алфавит);

$s0b = k_1 \in Q$ – начальное состояние;

$db: Sb \times Xb \to Sb$ – функция переходов и $vb: Sb \times Xb \to Yb$ – функция выходов задается в машине Тьюринга одновременно командами вида $q_j a_i \to q_k a_l X$, где $q_j, q_k \in Sb$, $a_i, a_l \in Xb$, $X = \{П, Л, С\}$. В соответствии с указанной командой: $db(q_j a_i) = q_k$, а $vb(q_j a_i) = a_l X$.

Построим прямое произведение машин Тьюринга T_1 и T_2 как двух конечных автоматов.

Согласно определению прямого произведения конечных автоматов искомый автомат имеет вид $T_1 \times T_2 = \{Sa \times Sb, X, Ya \times Yb, (s0a,s0b), d_{axb}, v_{axb}\}$, где для любых sa, sb, x выполнено:

$$d_{axb}((sa,sb),x) = (da(sa,x),db(sb,x)), \ (1)$$

$$v_{axb}((sa,sb),x) = (va(sa,x),vb(sb,x)). \ (2)$$

Имеем:

$Sa \times Sb = \{q_0, q_1\} \times \{k_0, k_1, k_2\} = \{(q_0,k_0), (q_0,k_1), (q_0,k_2), (q_1,k_0), (q_1,k_1), (q_1,k_2)\}$.

$X = \{\_, a, b\}$.

$Ya \times Yb = \{bП, \_С\} \times \{bП, \_С\} = \{(bП, bП), (bП, \_С), (\_С, bП), (\_С, \_С)\}$.

$(s0a, s0b) = (q_1, k_1)$.

Функции переходов и выходов d_{axb}, v_{axb} прямого произведения автоматов $T_1 \times T_2$ определим с учетом вышеуказанных равенств (1), (2) таблично (рис. 6).

Функция переходов автомата $T_1 \times T_2$

d_{axb}	_	a	b
(q_0,k_0)	-	-	-
(q_0,k_1)	-	-	-
(q_0,k_2)	-	-	-
(q_1,k_0)	-	-	-
(q_1,k_1)	(q_0,k_0)	(q_1,k_2)	(q_1,k_2)
(q_1,k_2)	(q_0,k_0)	(q_1,k_1)	(q_1,k_1)

Функция выходов автомата $T_1 \times T_2$

v_{axb}	_	a	b
(q_0,k_0)	-	-	-
(q_0,k_1)	-	-	-
(q_0,k_2)	-	-	-
(q_1,k_0)	-	-	-
(q_1,k_1)	(_C,_C)	(bП,bП)	(bП,bП)
(q_1,k_2)	(_C,_C)	(bП,bП)	(bП,bП)

Рис. 6. Функция переходов и функция выходов автомата $T_1 \times T_2$

Представим искомый автомат $T_1 \times T_2$ в виде ориентированного графа (рис. 7).

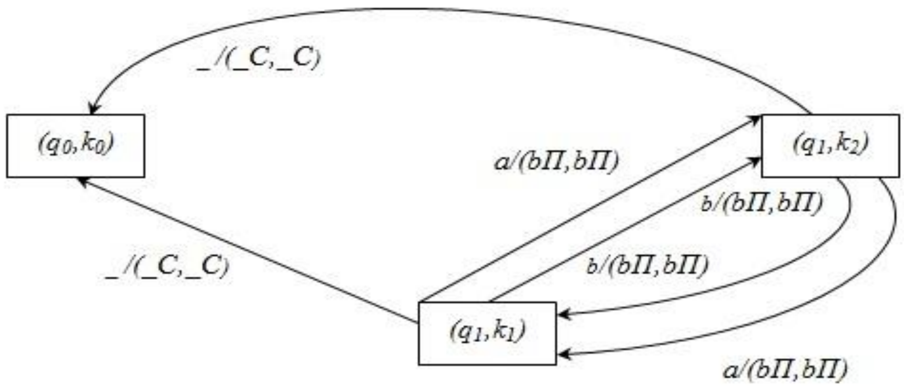

Рис. 7. Прямое произведение $T_1 \times T_2$ двух конечных автоматов

Заметим, что в графе, изображенном на рис. 7, все состояния автомата $T_1 \times T_2$ ((q_0,k_0), (q_1,k_1), (q_1,k_2)) являются достижимыми, то есть под воздействием какой-либо цепочки входных сигналов автомат $T_1 \times T_2$ попадает во все эти состояния.

Согласно теореме Мура нужно проверить, что для любого достижимого состояния (q_0,k_0), (q_1,k_1), (q_1,k_2) в автомате $T_1 \times T_2$ справедливо: для любого сигнала x из $X = \{\_, a, b\}$ выполняется равенство $va(sa,x) = vb(sb,x)$. Это действительно так, поэтому исходные машины Тьюринга T_1 и T_2 являются эквивалентными.

Подчеркнем, что эквивалентность машин Тьюринга T_1 и T_2 можно было обосновать, не прибегая к теории автоматов. Для этого нужно было выяснить суть операций осуществляемых каждой из машин T_1 и T_2 и показать, что они являются эквивалентными. Действительно, машины Тьюринга T_1 и T_2 выполняют одну и ту же операцию: во входном слове они все буквы a заменяют на букву b.

Использование в учебном процессе описанных выше заданий, способствует усвоению студентами понятий «машина Тьюринга» и «конечный автомат» на более высоком уровне, позволяет глубже познать их смысл и, как следствие, оказывает положительное влияние на развитие понимания студентами этих понятий.

Анализ значимости установления существенных связей в изучаемом материале для организации его понимания позволил нам выявить еще одно важное положение. Оказывается, нахождение существенных связей между абстрактными понятиями не только является необходимым условием их понимания, но и служит основным критерием в определении уровня сформированного понимания изученного материала. Наиболее четко эта мысль сформулирована психологом В.В. Знаковым.

В.В. Знаков в понимании какого-либо объекта выделяет три главные характеристики понимания: глубину, отчетливость и полноту. «Глубина понимания характеризуется тем, насколько глубоко и разносторонне человек анализирует существенные связи и отношения понимаемой ситуации или явления. Чем шире круг предметов, явлений, с которыми связывается понимаемое, чем более они существенны, тем глубже понимание» [3, с. 29]. Отчетливость понимания, определяющая степень сформированности умения четко выразить словами понимаемое, включает несколько ступеней развития: 1) предварительное осознание связей и отношений, подлежащих пониманию (подразумевает наличие недостаточно вербализуемых форм знаний – веры, убеждений, мнения и т.п.); 2) смутное понимание (означает чувство знакомости, не доходящее до вербализации понимаемого материала); 3) субъективное ощущение понятности (значит существование трудностей при выражении понимаемого в словесных формулировках); 4) окончательное понимание (обозначает способность ясного определения понимаемого). «Полнота понимания проявляется в множественности вариантов интерпретации понимаемых фактов, в осознании человеком того, что понимаемое может быть включено в различные контексты» [там же, с. 32].

Из вышеуказанных характеристик понимания наибольшее влияние на уровень его сформированности оказывает глубина понимания: «Основным отличием ступеней понимания друг от друга является, прежде всего, глубина понимания» [5, с. 97].

Таким образом, обоснованно, что установление существенных связей между абстрактными понятиями является необходимым условием их понимания, а степень сформированности этих существенных связей может служить критерием определения уровня понимания.

Список литературы

1. Брейтигам Е.К. Уровни понимания учебного материала и условия их достижения обучаемыми в образовательном процессе // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – №2. – С. 306.

2. Брудный А. А. Психологическая герменевтика: учебное пособие. М., 1998. 336 с.

3. Знаков В. В. Психология понимания: проблемы и перспективы. М., 2005. 448 с.

4. Никифоров А. Л. Философия науки: история и методология. М., 1998. 220 с.

5. Фридман Л. М., Кулагина И. Ю. Психологический справочник учителя. М., 1991. 288 с.