

УДК 378.637(571.150)+378.016:51

Ю.Н. Мальцев

ИСТОРИЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО АЛГЕБРЕ В АЛТГПУ

Статья посвящена истории формирования научного коллектива по алгебре в Алтайском государственном педагогическом университете, истории его развития, дан некоторый анализ новых научных результатов по алгебре, полученных сотрудниками лаборатории «Современная алгебра».

Ключевые слова: история, алгебра, Алтайский государственный педагогический университет.

Yu.N. Maltsev

THE HISTORY OF SCIENTIFIC RESEARCH ON ALGEBRA AT ALTAI STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY

The paper is devoted to a history of formation of scientific body on algebra at Altai State Pedagogical University, history of its development and is given some analysis of new scientific results in algebra which were received by members of laboratory «Modern algebra».

Key words: history, algebra, Altai State Pedagogical University.

*...Если мы о чем-нибудь не знаем,
как оно образовалось, то и не понимаем его.*

А. Шлейхер¹

История развития математического образования на Алтае еще ждет своего исследователя. Особый интерес представляет история становления и развития высшего математического образования в Барнауле. В книгах [1–3] отражены некоторые исторические аспекты учебной и научной деятельности преподавателей и ученых математических факультетов БГПИ и АлтГУ.

В частности, в очерках истории БГПИ [1] указаны научно-исследовательские темы по методике преподавания математики, профессионально-педагогической направленности математической подготовки будущего учителя, которые разрабатывали ведущие преподаватели математического факультета БГПИ. При этом отсутствует информация о научных исследованиях по современной математике на кафедрах БГПИ. В настоящей статье мы постараемся восполнить этот пробел и восстановить историю становления и развития научных исследований по современной алгебре на кафедре алгебры и методики обучения математике АлтГПУ. К середине 80-х годов прошлого века на кафедре алгебры работал единственный специалист по алгебре, имеющий ученую степень кандидата физико-математиче-

ских наук – М.Ш. Ставский. Его кандидатская диссертация была посвящена р-адическому анализу. По воспоминаниям доцента Ю.А. Моторинского: «М.Ш. Ставский, активно занимаясь научными исследованиями в области алгебры, много внимания уделял качественной математической подготовке студентов и преподавателей. Им был организован научный семинар по изучению книги П. Самюэля, О. Зарисского «Коммутативная алгебра». Эти привело (в последствии) к тому, что я закончил аспирантуру при кафедре алгебры МГПИ им. В.И. Ленина (г. Москва), а научными интересами Б.Д. Пайсона стали «математическая логика» и «методика обучения математике в школе и вузе». М.Ш. Ставский руководил также научным и методическим семинаром на кафедре. Это было лучшей формой повышения квалификации для преподавателей».

В 70–80-е годы прошлого столетия формирование математических кадров на кафедрах вузов г. Барнаула шло в основном за счет выпускников аспирантуры НГУ, института математики СО АН СССР, а также вузов г. Томска [4]. В работе А.Н. Мальцева [5] отмечается, что с 1917 г. в г. Томске (Томский технологический институт, Томский

¹ Шереметевский В. П. Очерки по истории математики. М., 1940. 180 с.

университет) начал работать выдающийся алгебраист – Ф.Э. Молин (1861–1941 гг.). К сожалению, «...текущие заботы об организации преподавания, устройстве библиотеки и другие виды деятельности, жизненно необходимые для нового, отдаленного от столицы вуза, надолго отрывают его от потока живой международной математической жизни» [5]. В начале 60-х годов прошлого века в Академгородке (г. Новосибирск) сложилась всемирно известная школа по современной алгебре, возглавляемая академиком А.И. Мальцевым (1909–1967). В ее составе работал коллектив специалистов по теории колец, возглавляемый членом-корреспондентом АН СССР А.И. Ширшовым. В настоящее время школа А.И. Ширшова имеет мировую известность. Воспитанниками этой школы решены, например, «проблема Бернсайда» (Е.И. Зельманов, лауреат премии им. Филдса – аналога Нобелевской премии для математиков) и «проблемы Шпехта» (А.Р. Кемер). А.И. Ширшов жил и работал на Алтае до войны. В Алейске одна из улиц названа его именем. Ему посвящены многочисленные публикации [6–9]. В своей работе [10] профессор Л.А. Бокуть сделал замечательный исторически обзор результатов, полученных в школе Ширшова в 60–80-х годах.

Формирование научных кадров по алгебре в вузах г. Барнаула начиная с 70-х годов шло за счет выпускников аспирантуры НГУ и сотрудников института математики СО АН СССР. Так, в Алтайском политехническом институте стали работать кандидаты физико-математических наук А.С. Киркинский и Е.И. Кантор, в АлтГУ в 1975 г. была создана кафедра алгебры и математической логики в составе: Ю.Н. Мальцев (зав. кафедрой, кандидат физико-математических наук), Р.Ф. Алев (кандидат физико-математических наук), С.А. Чихачев (кандидат физико-математических наук), В.А. Ганов (кандидат физико-математических наук), А.М. Воронина. Среди них были специалисты всех научных направлений школы А.И. Мальцева (теория колец, теория групп, теория моделей, теория алгоритмов).

В 1985 г. были приглашены на работу в БГПИ кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры алгебры Махачкалинского государственного университета А.Ш. Абакаров и выпускник аспирантуры НГУ, кандидат физико-математических наук И.М. Исаев. Последний приехал по ходатайству и инициативе

профессора П.К. Одинцова. Он является учеником выдающегося специалиста по теории колец, ученика А.И. Ширшова, И.П. Шестакова (в настоящее время профессор И.П. Шестаков живет и работает в г. Сан-Пауло, Бразилия). А.Ш. Абакаров – выпускник аспирантуры Ленинградского государственного университета, ученик профессора А.В. Яковлева. Он приехал по моей рекомендации. Я был оппонентом на защитах диссертаций каждого из них [11, 12]. У нас была одна область научных исследований: теория колец. В течение некоторого времени у нас работал научно-исследовательский семинар по теории колец, на котором, в частности, мы изучали недавно изданную книгу L. Rowen «Polynomial Identities in Ring Theory»¹.

Конец 80-х и начало 90-х годов – это тяжелое время для российской науки. Многие ученые из школы А.И. Ширшова уехали за границу, не издавалась монографическая и учебная литература по алгебре, перестала работать ВИНТИ (г. Москва) (через эту организацию мы заказывали копии новых статей, опубликованных в иностранных журналах), были нарушены контакты между коллективами. А.Ш. Абакаров был командирован в Москву для изучения португальского языка (в дальнейшем МВССО СССР планировало послать его в Мозамбик для работы в одном из вузов этой страны). Я был приглашен на работу в университеты Бразилиа, Сан-Пауло (Brasil) и в октябре 1993 г. уехал в Бразилию.

Несмотря на трудности и некоторую изоляцию, И.М. Исаев продолжал заниматься научной работой. В этот период им получены следующие результаты, которые являются жемчужинами в теории многообразия колец:

1. Построен пример существенно бесконечно базированного многообразия алгебр [13].

2. Построен пример конечной алгебры, не имеющей независимого базиса тождеств [14].

Я вернулся из Бразилии в конце 1994 г. и продолжил работать совместителем на кафедре алгебры БГПИ. В 2002 г. ко мне обратился зав. кафедрой алгебры А.В. Холодков с просьбой разрешить студентам математического факультета БГПИ И.А. Прокопенко, А.С. Кузьминой и А.В. Кислицину посещать спецкурсы и спецсеминары по теории колец в АлтГУ. Студенты оказались очень способными. Они успешно сдали мне все специальные курсы по теории колец в АлтГУ, регулярно выступали с докладами на спецсеми-

¹ Rowen L. Polynomial Identities in Ring Theory. New-York: Academic Press. 1980. 366 p.

нарах, рассказывая либо собственные результаты, либо реферируя статьи других авторов. В результате они успешно окончили магистратуру по алгебре (геометрии) в БГПУ. В дальнейшем И.А. Долгунцева (Прокопенко) успешно окончила аспирантуру в НГУ, защитив кандидатскую диссертацию (по теории колец). В настоящее время она живет и работает в Швеции. А.С. Кузьмина окончила аспирантуру в БГПУ в 2009 г., защитив кандидатскую диссертацию [15] на ученом совете Института математики СО РАН (г. Новосибирск). Отметим основные научные результаты ее кандидатской диссертации:

1. Полностью описаны конечные ассоциативные кольца с планарными графами делителей нуля [16, 17].

2. Описаны многообразия ассоциативных колец, подпрямонерасложимые кольца которых являются армендеризовскими [18].

Изучаемые в диссертации вопросы являлись актуальными в современной алгебре.

В 2009 г. я был избран на должность профессора кафедры алгебры БГПУ и стал штатным работником вуза. С этого времени изменился подход к организации учебной и научной работы по алгебре на кафедре.

При поддержке зав. кафедрой алгебры доцента Ю.А. Моторинского на кафедре был создан научный коллектив в составе Ю.Н. Мальцева, И.М. Исаева, А.С. Кузьминой и А.В. Кислицина. Кафедра попыталась открыть магистратуру и аспирантуру по алгебре. К сожалению, министерство не поддержало нашу инициативу по открытию магистратуры, разрешив только подготовку аспирантов. На кафедре стал работать (с 2009 г.) еженедельный научно-исследовательский семинар «Теория колец», на котором докладывались собственные результаты участников, планируемые к защите диссертации, реферировались статьи из научных журналов и главы из монографий. Семинар быстро стал межвузовским, т. к. его стали посещать математики из АлтГУ и АлтГТУ. Периодически к нам приезжают ученые из института математики СО РАН с докладами о новых результатах.

Научная активность коллектива была замечена ректоратом АлтГПА, в 2011 г. мы получили финансирование на выполнение государственного задания Минобрнауки РФ по теме «Многообразие колец с ограничениями на конечные кольца и строение конечных колец с ограничениями на делители нуля» (№ 1.4311.2011).

Немного позже мы получили предложение из института математики СО РАН (г. Новосибирск) стать исполнителями по выполнению проекта РФФИ «Базисы Гребнера-Ширшова, идеалы модулярных групповых колец бесконечных симметрических групп, конформные алгебры и графы делителей нуля» (код проекта РФФИ-12-01-00329, головная организация – ИМ СО РАН), а с 2014 г. наш коллектив выполнял научно-исследовательскую работу по проекту № 596 (№ 2014-418) Минобрнауки РФ «Многообразия колец с ограничениями на конечные кольца и строение конечных колец с ограничениями на делители нуля» (рег. № 01201463450).

Приведем основные научно-исследовательские результаты работы нашего коллектива за последние 6 лет.

2012 г.

1. Получено полное описание конечных ассоциативных колец, графы делителей нуля которых являются эйлеровыми (А.С. Кузьмина).

2. Получено полное описание конечных ассоциативных колец, графы делителей нуля которых являются полными двудольными (А.С. Кузьмина, Ю.Н. Мальцев).

3. Получено решение известной проблемы И.П. Шестакова [19] (И.М. Исаев, А.В. Кислицин).

Эти результаты опубликованы в работах (Web of Science, Scopus):

1. Kuzmina A.S. Finite Rings with Eulerian Zero-Divisor Graphs // Journal of Algebra and Its Applications. 2012. Vol. 11, № 3. P. 12–19.

2. Kuzmina A.S., Maltsev Yu.N. On varieties of rings whose finite rings are determined by their zero-divisor graphs // Asian-European Journal of Mathematics. 2012. № 5 (2). P. 1–11.

3. Кузьмина А.С., Мальцев Ю.Н. Конечные кольца с полными двудольными графами делителей нуля // Известия вузов. Математика. 2012. № 3. С. 24–30.

4. Исаев И.М., Кислицин А.В. Пример простой конечномерной алгебры, не имеющей конечного базиса тождеств // Доклады Академии наук. 2012. № 3. С. 24–30.

5. Isaev I.M., Kislitsin A.V. An example of a simple finite-dimensional algebra with no finite basis of identities // Doklady Mathematics. Vol. 86. № 3. P. 1–2.

6. Кузьмина А.С., Мальцев Ю.Н. Теория чисел: учебное пособие. Барнаул: АлтГПУ, 2012. 241 с.

Данное учебное пособие допущено учебно-методическим объединением по направлению

«Педагогическое образование» Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 050200 (Физико-математическое образование).

Заметим, что проблема И.П. Шестакова была сформулирована для алгебр над полем характеристики нуль [19]. И.М. Исаев и А.В. Кислицин решили ее для алгебр над произвольным полем. Из этого следует, в частности, что существуют простые конечные алгебры с бесконечным базисом тождеств.

2013 г.

Вопрос об описании конечных колец, графы делителей нуля которых являются гамильтоновыми, является трудным, т. к. в литературе известны только достаточные признаки гамильтоновости графа (например, условие Дирака). Вопрос об изоморфизме колец с изоморфными графами делителей нуля (в общем случае) имеет отрицательное решение. Мы нашли решение, выше приведенных вопросов, на языке многообразий колец. Доказаны следующие основные результаты:

1. Конечные кольца многообразия колец M имеют гамильтоновы графы делителей нуля тогда и только тогда, когда идеал тождеств $T(M)$ содержит многочлены $ху, тх$, где $т$ – натуральное число (Ю.Н. Мальцев, А.С. Кузьмина).

2. Конечные кольца многообразия колец M однозначно определяются своими графами делителей нуля тогда и только тогда, когда M содержится в $var < N_{o,p_1} \oplus \dots \oplus N_{o,p_s} \oplus \mathbb{Z}_p >$, где $\{p_1, \dots, p_s, p\}$ – простые числа, $a, (p_i, p) \neq (3, 2)$ и $N_{o,q} \langle a; qa = a^2 = 0 \rangle$ (Ю.Н. Мальцев, А.С. Кузьмина, Е.В. Журавлев).

Результаты опубликованы в работах (Web of Science, Scopus):

1. Мальцев Ю.Н., Журавлев Е.В., Кузьмина А.С. Описание многообразий колец, в которых конечные кольца однозначно определяются своими графами делителей нуля // Известия вузов. Математика. 2013. № 6. С. 13–24.

2. Kuzmina A.S., Maltsev Y.N. Describing ring varieties in which all finite rings has Hamiltonian zero-divisor graph // Algebra i Logic. 2013. 52. № 2. С. 137–146.

3. Кузьмина А.С., Мальцев Ю.Н. Описание многообразий колец, в которых все конечные кольца имеют гамильтоновы графы делителей нуля // Алгебра и логика. 2013. 52. № 2. С. 203–218.

4. Isaev I.M., Kislicin A.V. Example of simple finite dimensional algebra with no finite basis of its

identities // Communications in Algebra. 2013. 41. № 1. P. 4593–4601.

5. Кузьмина А.С. Нильпотенные кольца порядка p^4 с некоторыми дополнительными свойствами // Вестник НГУ. Серия: Математика. 2013. 3. № 6. С. 54–70.

6. Исаев И.М., Кислицин А.В. Тождества векторных пространств и примеры конечномерных линейных алгебр, не имеющих конечного базиса тождеств // Алгебра и логика. 2013. 52 (4).

2014–2015 гг.

В последнее десятилетие появились работы, в которых исследуется взаимная связь кольца R и его нильпотентного графа $GN(R)$. Представляется актуальным полностью описать кольца, нильпотентные графы которых удовлетворяют определенному условию (однородность, эйлеровость...). Получены следующие основные результаты:

1. Конечное кольцо R имеет однородный граф делителей нуля тогда и только тогда, когда $R^2 = (0)$, либо $R = GF(q) \oplus GF(q)$, либо R – локальное кольцо такое, что $J(R)^2 = 0$ (Ю.Н. Мальцев, А.С. Кузьмина).

2. Описаны конечные кольца R , графы делителей нуля которых удовлетворяют условию Дирака (Ю.Н. Мальцев, А.С. Кузьмина).

3. Описаны конечные кольца, нильпотентные графы которых являются однородными (Ю.Н. Мальцев, А.С. Кузьмина).

4. Построен пример коммутативной простой конечномерной алгебры, не имеющей конечного базиса тождеств (А.В. Кислицин).

Результаты опубликованы в работах (Web of Science, Scopus):

1. Кузьмина А.С., Мальцев Ю.Н. Конечные кольца с некоторыми ограничениями на графы делителей нуля // Известия вузов. Математика. 2014. № 12. С. 48–59.

2. Журавлев Е.В., Мальцев Ю.Н. Структура колец, удовлетворяющих тождеству индекса два // Сибирские электронные математические известия. 2014. № 11. С. 800–810.

3. Мальцев Ю.Н., Журавлев Е.В. Лекции по теории ассоциативных колец: учебное пособие. Барнаул: АлтГПА, 2014. 430 с.

Данное учебное пособие допущено учебно-методическими объединением по направлению 44.03.01/44.04.01 «Педагогическое образование» Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, ведущих подготовку по направлению 44.03.01/44.04.01 «Педагогическое образование».

4. Kuzmina A.S., Maltsev Y.N. Finite rings with some restrictions on zero-divisor graphs // *Russian Mathem.* 2014. 58 (12). P. 41–50.

5. Kislitsin A.V. An example of central simple commutative finite-dimensional algebra with an infinite basis of identities // *Algebra and Logic.* 2015. Vol. 54. № 3. P. 204–210.

6. Kuzmina A.S., Maltsev Y.N. On finite rings in which zero-divisor graphs satisfy the Diracs condition, *Lobachevskii Journal of Mathematics* 2015. V. 36. № 4. P. 375–383.

7. Kuzmina A.S., Maltsev Y.N. On some results and open problems concerning Armendariz rings, *Asian-European Journal of Mathematics.* 2015. 8 (№ 4).

8. Kuzmina A.S., Maltsev Y.N. Nilpotent rings of order p^4 and nilpotent index 3 // *Journal of Mathem. Sciences.* 2015. V. 205. № 3. P. 403–417.

9. Исаев И.М., Кислицин А.В. Тожества векторных пространств, вложенных в линейные алгебры // *Сибирские электронные математические известия.* 2015. Т. 12. С. 328–343.

10. Кислицин А.В. Пример центральной простой коммутативной алгебры с бесконечным базисом тождеств // *Алгебра и логика.* 2015. Т. 54. С. 315–325.

11. Кузьмина А.С. О строении конечных нильпотентных колец с ограничениями на графы делителей нуля // *Сибирские электронные математические известия.* 2015. Т. 12. С. 122–129.

12. Мальцев Ю.Н., Кузьмина А.С. Конечные кольца, нильпотентные графы которых однородны // *Сибирские электронные математические известия.* 2015. Т. 12. С. 144–148.

13. Исаев И.М., Кислицин А.В. О тождествах векторных пространств, вложенных в конечные ассоциативные алгебры // *Вестник НГУ. Сер.: математика, механика и информатика.* 2015. 15 (№ 3). С. 69–77.

Заметим также, что в 2014 г. А.В. Кислицин успешно защитил кандидатскую диссертацию на ученом совете института математики СО РАН, г. Новосибирск (научный руководитель – доцент И.М. Исаев) [20].

2016–2017 гг.

Представляет интерес изучение колец (не обязательно ассоциативных), нильпотентный граф (граф делителей нуля) которых удовлетворяет определенным ограничениям, а также нахождение дополнительных условий на простые конечномерные алгебры, при которых они имеют бесконечный базис тождеств. Это важно, т. к., по

известный теореме И.В. Львова, каждое конечное кольцо с делением имеет конечный базис тождеств [21]:

1. Описаны конечные кольца, нильпотентные графы которых эйлеровы (Ю.Н. Мальцев, А.С. Кузьмина).

2. Описаны конечные кольца, нильпотентные графы которых удовлетворяют условию Дирака (Ю.Н. Мальцев, А.С. Кузьмина).

3. Описаны конечные нильпотентные альтернативные кольца с планарными графами делителей нуля (А.С. Кузьмина).

4. Найдены новые примеры простых конечномерных алгебр, не имеющих конечного базиса тождеств (А.В. Кислицин).

Эти результаты опубликованы в работах (Web of Science, Scopus):

1. Мальцев Ю.Н. Ефиму Исааковичу Зельманову 60 лет // *Успехи математических наук.* 2016. Т. 71. № 4. С. 193–199.

2. Kuzmina A.S. On Nilpotent Finite Alternative Rings with Planar Zero-Divisor Graphs // *Algebra Colloquim.* 2016. 23 (4). С. 657–661.

3. Кузьмина А.С., Мальцев Ю.Н. Конечные кольца с эйлеровыми нильпотентными графами // *Сибир. электрон. мат. известия.* 2017. Т. 14. С. 274–279.

4. Мальцев Ю.Н., Монастырева А.С. Конечные кольца, нильпотентные графы которых удовлетворяют условию Дирака // *Сибир. электрон. мат. известия.* 2017. Т. 14. С. 274–279.

5. Кислицин А.В. Простые конечномерные алгебры, не имеющие конечного базиса тождеств // *Сибирский математический журнал.* 2017. 58 (№ 3). С. 591–598.

6. Kislitsin A.V. The Specht Property of L-Varieties of Vector Spaces // *Algebra and Logic.* 2017. Vol. 2017. № 362. P. 362–369.

7. Isaev I.M., Kislitsin A.V. Identities in vector spaces embedded in finite associative algebras // *Journal of Mathem. Sciences.* 2017. 226 (6). P. 849–856.

Приведенные выше научные результаты и публикации, индексируемые в базе Web of Science и Scopus, дают представление об эффективности научной работы нашего небольшого коллектива. В октябре 2013 г. мы обратились к ректору, профессору И.Р. Лазаренко с просьбой рассмотреть на ученом совете АлтГПУ вопрос об утверждении научной школы «Современная алгебра» и внесении ее в реестр научных школ нашего вуза. В 2016 г. научная школа «Современная алгебра»

была утверждена (№ 2014–03), а в октябре 2017 г. была открыта УНИЛ «Современная алгебра» при кафедре алгебры и методики обучения математике. Заметим также, что сотрудники лаборатории регулярно выступают официальными оппонентами на защитах кандидатских диссертаций [22, 25], а Ю.Н. Мальцев утвержден экспертом РАН (№ 2016-01-6242-9935; распоряжение Президиума РАН от 27.07.2016 № 10108-509). По просьбе редакций журналов «Algebra Colloq.», «Journal of Algebra and Applications», «Asian-European Journal of Mathem», «Communications in Algebra», «Сибирские электронные математические известия», «Алгебра и логика» сотрудники лаборатории ежегодно рецензируют 20–30 статей, представляемых в эти журналы (все они из базы данных Web of Science и Scopus).

Кроме научной работы по алгебре члены нашего коллектива активно работают в школах г. Барнаула, руководя работой кружков по теории и практике решения олимпиадных задач по математике в рамках программы «Будущее Алтай». В результате этой работы: 1) ученик гимназии № 42 г. Барнаула М.И. Исаев получил золо-

тую медаль на международной математической олимпиаде по математике (Греция, 2004 г.; руководители И.М. Исаев, Д.Н. Оскорбин, Ю.Н. Мальцев); 2) ученица гимназии № 40 Д.Л. Орлова выступила (в составе сборной РФ) на всемирном научно-техническом конкурсе «Intel ISEF» (США) (г. Лос-Анджелес, май 2017, руководитель Ю.Н. Мальцев); 3) Ю.Н. Мальцев был приглашен членом жюри, координатором и принял участие в работе 57-й международной математической олимпиады (КНР, г. Гонконг, июль 2016 г.).

Дальнейшая работа нашего научного коллектива зависит от достойного финансирования научной работы, наличия научной литературы (в частности, таких журналов, как «Journal of Algebra», «Communications in Algebra», а также изданий издательств «Springer-Verlag» (ФРГ) и «Academic Press» (США)) и регулярного притока молодежи. Вопрос с литературой по алгебре можно решить, построив межвузовскую библиотеку, а приход студентов на научно-исследовательские и спецсеминары «Теория колец» будет решен, если открыть специализацию и магистратуру по алгебре.

Библиографический список

1. Путь длиной в шестьдесят лет // Очерки истории БГПИ. – Барнаул : Изд-во БГПИ, 1993. – 120 с.
2. Математический факультет АлтГУ в воспоминаниях преподавателей и выпускников / под общ. ред. Ю. Н. Мальцева. – Барнаул : ИД «Алтпресс», 2004. – 304 с.
3. МФ-ФМ и ИТ. 40 лет / под общ. ред. Л. А. Хворовой. – Барнаул : Изд-во АГУ, 2014. – 320 с.
4. Мальцев, Ю. Н. К истории развития алгебры и геометрии в Алтайской госуниверситете. Математический факультет АлтГУ в воспоминаниях преподавателей и выпускников / Ю. Н. Мальцев, Е. Д. Родионов ; под общ. ред. Ю. Н. Мальцева. – Барнаул : ИД «Алтпресс», 2004. – С. 18–25.
5. Мальцев, А. И. К истории алгебры в СССР за первые 25 лет / А. И. Мальцев // Алгебра и логика. – 1971. – Т. 10, № 1. – С. 103–118.
6. Ширшов, А. И. Избранные труды: кольца и алгебры / А. И. Ширшов. – Москва : Наука, 1984. – 144 с.
7. Мальцев, Ю. Н. Анатолий Илларионович Ширшов – из когорты великих ученых : сборник воспоминаний / Ю. Н. Мальцев, Л. Н. Петрова, В. К. Криволапова. – Барнаул : ГИПП «Алтай», 2003. – 146 с.
8. Петрова, Л. Н. Чтобы помнили... / Л. Петрова, С. Битюцких, Р. Вайс и др. – Барнаул : Сипресс, 2017. – Вып. 2. – 367 с.
9. Бокуть, Л. А. Создатель бриллиантовой леммы / Л. А. Бокуть, Е. Н. Зельманов, В. Н. Латышев и др. // Алтайская правда. – 2011. – № 43–44.
10. Bukut, L. A. Early history of theory of rings in Novosibirsk / L. A. Bukut // Bulletin Acad. De Stiinte A Republ. Moldova. Matematica. – 2017. – № 2 (84). – P. 5–23.
11. Абакаров, А. Ш. Идеал тождеств алгебры треугольных матриц : дис. ... канд. физ.-мат. наук / А. Ш. Абакаров. – Ленинград, 1982. – 70 с.
12. Исаев, И. М. Тождества конечных алгебр : дис. ... канд. физ.-мат. наук / И. М. Исаев. – Новосибирск, 1985. – 78 с.
13. Исаев, И. М. Существенно бесконечно базируемые многообразия алгебр / И. М. Исаев // Сибирский математический журнал. – 1989. – 30 (№ 6). – С. 75–77.
14. Isaev, I. M. Finite algebras with no independent basis of identities / I. M. Isaev // Algebra Universalis. – 1997. – 37 (№ 4). – P. 440–444.
15. Кузьмина, А. С. Некоторые свойства делителей нуля ассоциативных колец : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / А. С. Кузьмина. – Барнаул, 2009. – 18 с.

16. Maltsev, Y. N. Nilpotent finite rings whose zero-divisors graphs are planar / Y. N. Maltsev, A. S. Kuzmina // *Asian-European Journal of Mathematics*. – 2008. – 1 (№ 4).
17. Кузьмина, А. С. Описание конечных ненильпотентных колец, имеющих планярные графы делителей нуля / А. С. Кузьмина // *Дискретная математика*. – 2009. – № 4.
18. Кузьмина, А. С. О многообразиях колец, в которых все подпряморазложимые кольца являются армедеризовскими / А. С. Кузьмина // *Известия вузов. Математика*. – 2009. – № 8. – С. 45–52.
19. Днестровская тетрадь. Нерешенные проблемы теории колец и модулей. – 4-е изд. – Новосибирск : ИМ СО РАН, 1993. – 73 с.
20. Кислицин, А. В. Тожества векторных пространств, вложенных в линейные алгебры, и примеры конечномерных алгебр, не имеющих конечного базиса тождеств : дис. ... канд. физ.-мат. наук / А. В. Кислицин. – Барнаул, 2014. – 98 с.
21. L`vov, I. V. On the finiteness of the basis of identities of some nonassociative rings / I. V. L`vov // *Algebra and Logica*. – 1975. – № 11. – P. 15–27.
22. Губарев, В. Ю. Структура Γ -конформных алгебр и вложения алгебр Лоддея : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / В. Ю. Губарев. – Новосибирск, 2015. – 18 с.
23. Захаров, А. С. Алгебры Новикова-Пуассона и супералгебры йордановых скобок : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / А. С. Захаров. – Новосибирск, 2016. – 18 с.
24. Гончаров, М. Е. Биалгебры, заданные на простых альтернативных и мальцевских алгебрах : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / М. Е. Гончаров. – Новосибирск, 2010. – 18 с.
25. Финогенова, О. Б. Свойства многообразий ассоциативных алгебр, задаваемые на языке производных объектов: индикаторные и эквациональные характеристики : автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук / О. Б. Финогенова. – Екатеринбург, 2016. – 23 с.