УДК 373.5.016:51 DOI 10.37386/2413-4481-2025-1-34-38

Оксана Анатольевна Тыщенко
Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул, Россия, ttoksana@yandex.ru

ВЫЯВЛЕНИЕ И РЕАЛИЗАЦИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ КАК НЕОТЪЕМЛЕМАЯ ЧАСТЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ

Аннотация. В статье обсуждается логическая составляющая современного школьного курса математики, актуализируются отечественные традиции развития логической грамотности школьников, предлагаются приемы структурирования математического содержания при введении в него модуля «Логика». Владение студентами педагогических специальностей приемами выявления и реализации логической составляющей учебного материала школьного курса математики рассматривается как инструмент, повышающий эффективность обучения школьников математике.
Ключевые слова: структура изложения учебного материала; модульное построение курса; локальное структурирование; логическая составляющая; доказательство; уровень строгости.

Oksana A. Tyshchenko
Altai State Pedagogical University, Barnaul, Russia, ttoksana@yandex.ru

IDENTIFICATION AND IMPLEMENTATION OF THE LOGICAL COMPONENT OF THE SCHOOL MATHEMATICS COURSE AS AN ESSENTIAL PART OF PROFESSIONAL TEACHER TRAINING

Abstract. The article discusses the logical component of the modern school mathematics course, updates domestic traditions of developing logical literacy of schoolchildren, and proposes methods for structuring mathematical content when introducing the “Logic” module into it. Pedagogical students’ mastery of techniques for identifying and implementing the logical component of the educational material of a school mathematics course is considered as a tool that increases the effectiveness of schoolchildren’s teaching of mathematics.
Keyword: the structure of the presentation of educational material; modular construction of the course; local structuring; logical component; proof; strictness level.

В августе 2024 года комитетом Госдумы по просвещению инициировано предложение о введении в школьную программу среднего и старшего звена курса логики. При реализации Концепции развития математического образования в РФ [1; 2], принятой более 10 лет назад, предполагалась разработка новых элементов содержания, в числе которых называлась математическая логика. Детализируя инициативу, комитет предлагает варианты: курс логики может быть отдельным предметом или модулем математики, информатики и обществознания.

Необходимо уточнить, что в самом математическом содержании заложена возможность формирования логических умений, а именно умений обосновывать, аргументировать, опровергать. Это учтено в современных документах, регламентирующих процесс обучения математике школьников. Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования и среднего общего образования [3], Профессиональным стандартом педагога [4] в числе основных результатов изучения математики названо овладение математическими рассуждениями, развитие логического мышления, умения проводить логические обоснования, доказательства математических утверждений. В качестве приоритета рассматривается формирование способности к логическому рассуждению, использование этой способности для проверки математических доказательств, для поиска опровергающего примера.

Однако присутствующая в школьной математике логическая составляющая остается в тени, являясь скрытой подсистемой курса, а возможности формирования логических умений учащихся на математическом содержании реализуются лишь частично. Элементы логики практически не являются предметом целенаправленного изучения в курсе математики, что не позволяет логику использовать как инструмент изучения математики. При этом теряется еще одна возможность: за счет более тщательного изучения математической логики как языка математики повысить при обучении уровень понимания.

Сказанное позволяет считать актуальной заявленную тему, проблема которой, как и 40 лет назад, состоит не в том, чтобы изучать специально и обособленно логику, а в том, чтобы необходимые элементы логики стали неотъемлемой частью самого преподавания математики, ее важным рабочим инструментом, повышающим эффективность обучения и влияющим на развитие логического мышления учащихся [5, с. 15].

Для того чтобы логика стала инструментом изучения математики, требуется усилить за счет определенных методических приемов скрытую логическую составляющую действующего курса математики основной школы, целенаправленно формируя логические понятия, естественно присутствующие в математическом содержании. В старшей школе целесообразно систематизировать полученные пропедевтические представления об отдельных понятиях и фактах математической логики в форме локального курса «Элементы математической логики».

Цель – описать целесообразную структуру изложения элементов логики при введении последней в школьный курс математики в форме модульного дополнения.

Объект – процесс обучения математике в школе.

Предмет – структурирование учебного материала при введении в курс математики элементов логики.

Методы – анализ литературы, обобщение педагогического опыта.

Исходим из того, что содержание учебного курса – системный объект. Учебный курс имеет объективную логическую структуру, которая в значительной мере определяется структурой математики как науки. Закономерности обучения, его протяженность во времени требуют выстраивания последовательности изложения элементов содержания, структуры изложения. Хотя логическая структура курса школьной математики ограничивает выбор структуры изложения, как правило, возможны различные последовательности изложения учебного материала. Такая вариативность ставит вопрос о методической целесообразности той или иной структуры изложения. Исходим также из того, что несколько этапов проектирования содержания школьного математического образования уже состоялись.

Согласно концепции содержания общего среднего образования [6], глобальная структура учебного курса определена на этапе создания проекта содержания образования, определены функции учебного предмета в общем образовании. При этом учтена не только роль соответствующей научной области в общественном прогрессе, но и педагогические возможности предмета, возможности развития ценных качеств личности на материале создаваемого учебного предмета. Функции учебного предмета в общем образовании выделяют в его составе обобщенные компоненты содержания: предметные знания, опыт деятельности по образцу, опыт творческой деятельности, опыт эмоционально-ценностного отношения к миру. Далее отобранное содержание упорядочивается в соответствии с требованиями соответствующей предмету научной области, распределяется по годам обучения, адаптируется к возрасту учащихся. Проект содержания обучения математике реализуется на уровне учебного материала в учебной литературе, в значительной мере предопределяя действия учителя по организации учебного процесса. Учебник представляет собой материализованный носитель содержания и одновременно является моделью процесса обучения [7, с. 18–19]. Причем учебник является как стратегической моделью процесса обучения, так и его тактической (методической) моделью.

Выступая в качестве стратегической модели, учебник отражает его основные элементы – цели, компоненты содержания образования, методы обучения и организационные формы. Являясь тактической моделью учебного процесса, т. е. реально планируемого расположения элементов содержания, учебник предлагает способ изложения, допуская при этом методическое творчество учителя при локальном структурировании учебного материала.

При введении элементов логики в курс математики стратегическая установка в преподавании остается неизменной. Полнота реализации функций математического образования в связи с явным изучением логики зависит от выбора тактики в рамках принципиально не изменяющейся стратегии обучения математике в школе.

В истории отечественного математического образования есть опыт построения повышенного курса математики для основной школы по принципу модульного дополнения основного курса. Подход, разработанный в Институте общего среднего образования РАО, состоял в том, что дополнительный учебный материал предъявлялся в виде относительно независимых друг от друга блоков с достаточно четко очерченной границей содержания, отделяющей каждый из них от материала общеобразовательного курса. Блоки дополнительного материала получили название модулей в соответствии с употреблением этого термина для описания составной части некоторой системы, части, которая оформлена как относительно независимое самостоятельное изделие и может быть привлечена для реализации общих целей функционирования системы либо может оставаться невостребованной, причем в последнем случае целостность системы не нарушается. Соответствующее построение курса называют модульным.

Стабильность модульной модели повышенного курса математики обеспечивалась относительно независимой структурой основного курса, а вариативность – за счет открытой системы модульных дополнений содержания. Такая структура повышенного курса позволяла, не нарушая его целостности, дозировать дополнительный учебный материал для достижения большей степени соответствия между уровнем возможности конкретного класса и объемом дополнительного содержания. Такая структура повышенного курса соответствовала ориентационному характеру первого этапа углубленного изучения математики в основной школе и позволяла охватить единым учебным комплектом широкий спектр возможностей 8–9-х классов с углубленным изучением математики.

Обогащение базового и профильного курсов математики за счет курсов по выбору, которые можно рассматривать как модульные дополнения, реализуется и в современной школе. Однако курс, построенный по принципу модульного дополнения основного курса, требует в процессе реализации в учебном процессе методических усилий, направленных на выстраивание общей структуры изложения темы при введении в нее оформленного модулем дополнительного содержания, требует локального структурирования.

Необходимость выстраивания общей структуры изложения при введении в учебный курс модульного дополнения согласуется с общими требованиями эффективного функционирования системных объектов [8; 9]. Если в качестве системы рассматривать содержание основного курса, то модульные дополнения к нему становятся окружающей средой. Для достижения большей эффективности обучения необходимо выявить объективные содержательные связи между материалом общеобразовательного курса и вводимым дополнительным материалом, что позволит определить не только возможное, но и целесообразное место изучения того или иного модуля, т. е. наиболее эффективную структуру изложения.

Кроме того, общие закономерности процесса обучения, выраженные в дидактических принципах, требуют предъявлять материал модульного дополнения в ближайших взаимосвязях с основным учебным материалом текущей темы, а также с ранее изученным как основным, так и дополнительным материалом.

В любом случае изложение модуля «Логика» должно быть согласовано как с общей структурой курса математики, так и его скрытой подсистемой – логической составляющей этого курса.

Для того чтобы логика со временем стала инструментом изучения математики, необходима интеграция курса математики и модульного дополнения этого курса разделом «Логика». Для этого предлагается выявить скрытую логическую составляющую действующего курса математики, рассматривать элементы логики как полноценный предмет изучения в текущих вопросах программы.

Действующие учебники математики для основной школы потенциально обеспечивают пропедевтику ключевых логических понятий и постепенное освоение языка математики. Имеется возможность знакомства учащихся с кванторами. Структурные единицы математики – определения, аксиомы, теоремы, леммы, следствия – основа для обсуждения архитектуры математики. Регулярно возникающие в процессе изучения математики различные по строгости рассуждения – повод для разговора об оценке достоверности полученных в результате выводов.

Далее необходимо систематизировать начальные представления о логической составляющей математики в форме локального концентрированного курса «Логика» в старшей школе. Традиционное содержание курса «Логика», представленное в книгах И. Л. Никольской [10] и Б. Д. Пайсона [11], проверено временем.

Приведем начальный фрагмент программы:

- Высказывания. Предикаты (высказывательные формы). Кванторы.
- Всеобщие математические утверждения, теоремы существования, способы доказательства и опровержения.
- Логические операции.
- Формулы алгебры высказываний. Тождественно истинные, тождественно ложные формулы.
- Равносильность формул. Законы логики.
- Кванторные законы.
- Применение законов логики для равносильной переформулировки высказываний естественного языка, для построения негативной формы определений отдельных математических понятий.

- Всеобщие условные предложения. Виды теорем. Необходимые и достаточные условия.

Такая структура изложения позволяет использовать логику как инструмент изучения математики в дальнейшем.

Какие приемы можно использовать для более тщательного изучения математики за счет выявления и актуализации логических понятий? Приведем пример. При изучении линии уравнений и неравенств в старшей школе ссылка на закон дистрибутивности конъюнкции относительно дизъюнкции обосновывает равносильность следующих условий

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}A\\B\end{array}\right.\\C\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}A\\C\end{cases}\\\begin{cases}B\\C\end{cases}\end{array}\right.$$

и обеспечивает более высокий уровень строгости изложения и уровень понимания изложенного.

Опыт преподавания спецкурса «Элементы математической логики и теории множеств» позволил выявить методические резервы логических понятий для более эффективного формирования традиционных понятий школьного курса математики. Заметим, что, по данным И. Е. Маловой и Л. П. Охват [12, с. 62], одна из проблем, в которых учитель математики испытывает наибольшие затруднения, – организация этапа усвоения определения понятия.

Как правило, действующий учебник содержит открытую систему задач. В частности, предполагается, что учитель самостоятельно дополнит ее одношаговыми задачами, которые необходимы для первичного закрепления только что введенного понятия или изученного факта. Предлагается использовать для этого вопросы, содержащие слова «все» и «существует» (кванторы).

Приведем примеры таких заданий на оценку верности утверждений по теме «Модуль действительного числа». Заметим, что задания могут быть сформулированы на естественном языке без использования кванторов.

1. $(\forall x \in R)(|x| > 0)$
2. $(\forall x \in R)(|x| \geq 0)$
3. $(\exists x \in R)(|x| \leq 0)$
4. $(\forall x \in R)(|x-3| > 0)$
5. $(\exists x \in R)(|2x+5| \leq 0)$
6. $(\forall x \in R)(|2x-3| \geq \sqrt{3}-1)$
7. $(\exists x \in R)(|2x+5| \leq -3)$
8. $(\exists x \in R)(|x| \geq x)$
9. $(\forall x \in R)(|x| \geq x)$
10. $(\forall x, y \in R)(|x+y| \leq |x|+|y|)$
11. $(\forall x, y \in R)(|x-y| = |x|-|y|)$ и т. д.

Это задание предлагалось учащимся Алтайского краевого педагогического лицея на спецкурсе в теме «Высказывания с кванторами» и имело дополнительную цель – систематизация знаний учащихся по теме «Модуль действительного числа». Аналогичные задания могут быть предложены учащимся на этапе пропедевтики логических понятий. В этом случае кванторы заменяются соответствующими по смыслу словами естественного языка.

В курсе геометрии такого рода задания-вопросы призваны упорядочить объем того или иного понятия. Приведем пример нескольких заданий на оценку истинности утверждений о четырехугольниках.

Всякий ромб является параллелограммом.

Четырехугольник, стороны которого равны, является квадратом.

Четырехугольник с перпендикулярными диагоналями – ромб.

В ромбе диагонали перпендикулярны.

Существует прямоугольник, который не является параллелограммом и т. д.

Ясно, что недостаточно «угадать» истинность. Предполагается организовать обсуждение, привести аргументы в обоснование сделанного вывода и выдержать критику других участников обсуждения. Заметим, что обсуждение приведенных вопросов со школьниками закладывает основы для другого математического понятия «правильное разбиение множества» и более общего понятия «классификация».

Со временем и учитель, и ученики будут слышать сомнительные или очевидно неверные утверждения, обращать на них внимание и делать предметом обсуждения при изучении текущего математического содержания. И это один из главных результатов, который ожидается при интеграции в курс математики старшей школы элементов математической логики.

Предложенная методика соответствует общим подходам к структурированию материала учебного курса, построенного по принципу модульного дополнения. Цель структурирования – интеграция модуля «Логика» в форме локального курса только после того, как в обучении реализована «теневая» подсистема курса математики основной школы – его логическая составляющая.

Опыт преподавания курса «Элементы математической логики и теории множеств» позволил сформулировать некоторые рекомендации. Предлагается использовать кванторы или их аналоги на естественном языке для составления вопросов на первом этапе формирования математических понятий. Использование логической символики в различных формах: в форме слов естественного языка, в форме логических символов, в форме математических аналогов логических символов, в частности скобок. Этап фрагментарного пропедевтического изучения логических понятий только в связи с изучением математических понятий целесообразно завершить кратким концентрированным курсом логики (модулем «Логика»), сделав логическое содержание главным предметом изучения, а математическое – иллюстрирующим.

Описанные приемы локального структурирования учебного материала позволяют вводить элементы логики в контекст отдельных тем, позволяют рассматривать логику как инструмент для изучения математики. Эти умения могут стать основой для совершенствования математической подготовки студента и компонентом профессиональной подготовки учителя направлений подготовки, связанных с преподаванием математики: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика и Информатика», «Физика и Математика». В перспективе возможно изучение вопроса построения интегрированного курса «Элементы математической логики» по профилю «Математика и Информатика».

Кроме того, интересным представляется взгляд на содержание логической составляющей курса математики как на потенциально существующую систему эвристических приемов, которые позволяют обнаруживать ошибки в рассуждениях [13, с. 56]. Овладение этими приемами – важный элемент профессиональной подготовки будущих учителей математики.

Список источников

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р). URL: https://docs.edu.gov.ru/document/b18bcc453a2a1f7e855416b198e5e276/download/2744/ (дата обращения: 30.11.2024).

2. Брейтигам Э. К., Кисельников И. В., Кошева Д. П. Реализация Концепции развития математического образования в Алтайском государственном педагогическом университете // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. 2016. № 3 (28). С. 93—95.

3. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: приказ Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. № 1897 // Гарант: информационно-правовой портал: [сайт]. URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/55070507/ (дата обращения: 30.11.2024).

4. Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»: приказ Минтруда России от 18.10.2013 № 544н // КонсультантПлюс: [сайт]. URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/profstandart/01.001.pdf (дата обращения: 30.11.2024).

5. Столяр А. А. Педагогика математики: учеб. пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. Изд. 3-е, испр. и доп. Минск: Вышэйшая школа, 1986. 414 с.

6. Теоретические основы содержания общего среднего образования / под ред. В. В. Краевского, И. Я. Лернера. Москва: Педагогика, 1983. 352 с.

7. Лернер И. Я. О дидактических основаниях построения учебника // Проблемы школьного учебника: материалы всесоюзной конференции «Теория и практика создания школьных учебников» / сост. Г. А. Молчанова. М.: Просвещение, 1991. Вып. 20. С. 18—26.

8. Applying Systems Engineering Techniques to Education and Training // Education Technology. 1969. June.

9. Ильина Т. А. Структурно-системный подход в организации обучения. М.: Знание, 1973. Вып. 3. 78 с.

10. Никольская И. Л. Знакомство с математической логикой. М.: Московский психолого-социальный институт, 1998. 128 с.

11. Пайсон Б. Д. Элементы математической логики и теории множеств: методические разработки для учащихся средней школы. Барнаул: БГПУ, 1999. 20 с.

12. Малова И. Е., Охват Л. П. Проблемы реализации методики формирования понятий // Дидактика математики: проблемы и исследования: международный сборник научных работ. 2023. Вып. 1 (57). С. 60—68. DOI 10.24412/2079-9152-2023-57-60-68.

13. Скафа Е. И., Тимошенко Е. В. Из опыта организации лекции-провокации при обучении эвристическим приемам будущих учителей математики // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2024. Вып. 1 (61). С. 54—63. DOI 10.24412/2079-9152-2024-61-54-63.

Статья поступила в редакцию 23.10.2024; одобрена после рецензирования 23.11.2024; принята к публикации 13.01.2025.

The article was submitted 23.10.2024; approved after reviewing 23.11.2024; accepted for publication 13.01.2025.