А.В. Боярская, Л.А. Хворова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ПОЧВ В ОДНОМЕРНЫХ И ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ С ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА

Рассматриваются задачи: распределение температуры в почве, имеющей неоднородную структуру почвенных слоев; определение теплофизических характеристик почвы – теплоемкости, теплопроводности и температуропроводности черноземов выщелоченных Алтайского Приобъя; алгоритм и численный метод решения двумерной задачи теплового режима почв с границей раздела между двумя участками с различными теплофизическими параметрами. На границе раздела почвенных компартментов задаются условия непрерывности температур и тепловых потоков. Для решения задачи применяется численный метод с использованием продольно-поперечной конечно-разностной схемы (метод переменных направлений). Исследуются вопросы определения теплофизических коэффициентов при различных значениях влажности; суточный и сезонный ход теплофизических характеристик, зависящих от влажности и плотности почвы.

Ключевые слова: тепловой режим почвы, теплоемкость, теплопроводность, температуропроводность почвы, модель, разностная схема.

A.V. Boyarskaya, L.A. Khvorova

RECOVERY CHARACTERISTICS OF THERMAL REGIME OF THE SOIL IN ONE- AND TWO-DIMENSIONAL PROBLEMS WITH THE INTERFACE

The objective is to consider the following problems: temperature distribution in the soil with heterogeneous structure of its layers; determination of thermophysical characteristics of the soil – heat capacity, thermal conductivity and thermal diffusivity of leached black earth soil in Altai area of the River Ob; the algorithm and the numerical method for solving a two-dimensional problem of the soil thermal regime with the interface between the two regions with different thermophysical parameters. Temperature and heat-flux continuity conditions are established at the interface between soil compartments. The numerical method with the use of the longitudinal and transverse finite-difference scheme, that is the alternating direction method, is applied to the numerical solution of the problem. Problems of determining thermophysical coefficients at different values of moisture and diurnal and seasonal ranges of thermophysical parameters, which depend on soil moisture and density, are discussed.

Key words: soil thermal regime, heat capacity, thermal conductivity, thermal diffusivity, model, finite-difference scheme.

Введение

Теплофизическое состояние почвы характеризуется комплексом теплофизических параметров – теплоемкостью, тепло- и температуропроводностью, соответствующим температурным полем и тепловыми потоками, формирующимися в почвенном профиле. С тепловым режимом почв тесно связаны начало и конец вегетационного периода, пространственное размещение растений, характер распространения корневых систем, скорость поступления к корням питательных элементов. С температурным режимом связаны внутрипочвенное испарение и транспирация, интенсивность азотных трансформаций [1, 2], а температурный градиент оказывает непосредственное влияние на движение воды в почве. Поэтому разработка математических моделей, корректно учитывающих процессы теплопереноса в почве, является сложной и актуальной задачей. В подавляющем большинстве в современных моделях, описывающих продукционный процесс сельскохозяйственных растений, расчет производится отдельно для каждой опорной точки поля с параметрами, характерными только для данного типа почвы. Все точки считаются независимыми друг от друга, и предполагается, что все окружение данной точки обладает теми же свойствами и, соответственно, никаких горизонтальных перетоков вещества и энергии не происходит [3, 4]. Однако для целей точного земледелия горизонтальная неоднородность поля является важнейшим фактором, влияющим на выбор агротехники и определяющим результат хозяйствования [5].

Постановка задачи моделирования теплового режима почв

Теплота, поступающая на поверхность почвы, под действием создаваемого градиента температур перераспределяется в толщине почвенного слоя. Уравнение теплопереноса в почве имеет вид [1, 3, 4, 6]:

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\chi\frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\chi\frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\chi\frac{\partial T}{\partial z})+$$
$$+f(x,y,z,t),$$

где T – температура почвы; $\rho(x,y,z)$ – плотность почвы; $c(w(x,y,z))$ – теплоемкость; χ – коэффициент теплопроводности, зависящий от влажности почвы $w : \chi = \chi(w(x,y,z))$. Теплоперенос осуществляется вдоль координатных осей Ox, Oy, Oz; $f(x,y,z,t)$ – функция источника тепла.

Искомая функция T удовлетворяет начальным и некоторым граничным условиям. Нижняя граница помещается, как правило, на глубине, на которой температура либо постоянна, либо зависит от времени известным образом. В качестве верхнего граничного условия записывается соотношение, обеспечивающее «сшивание» решений задачи в почве и в приземном воздухе, – условие теплового баланса на поверхности почвы [1, 3, 4, 6].

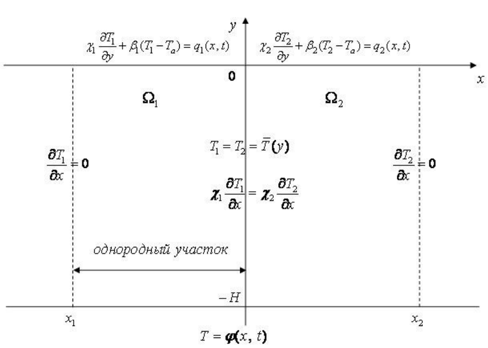

Рис. 1. Почвенный компартмент $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$

Рассмотрим двумерную модель теплового режима почвы. Пусть неоднородный почвенный компартмент Ω состоит из двух участков (рис. 1).

$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, где $\Omega_1 = \{x_1 \leqslant x \leqslant 0; -H \leqslant y \leqslant 0\}$, $\Omega_2 = \{0 \leqslant x \leqslant x_2; -H \leqslant y \leqslant 0\}$, значительно отличающихся по влиянию характеристик поля на продукционный процесс посева и на движение почвенных растворов (в действительности свойства почвы меняются от точки к точке непрерывно). Границы участков Ω_1 и Ω_2 полагаются известными и прямолинейными. Пусть система координат выбрана таким образом, что ось Oy проходит по границе раздела областей Ω_1 и Ω_2. Функция T_1 определяет температуру почвы в области Ω_1, а T_2 – температуру почвы в области Ω_2. Тогда в силу почвенной однородности каждой из областей Ω_1 и Ω_2 можно записать условия:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0; x = x_1; \qquad \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0; x = x_2. \qquad (1)$$

На границе раздела компартментов Ω_1 и Ω_2 $(x = 0)$ должны выполняться условия непрерывности температур и тепловых потоков:

$$T_1 = T_2; \qquad \chi_1\frac{\partial T_1}{\partial x} = \chi_2\frac{\partial T_2}{\partial x}; \qquad x = 0. \qquad (2)$$

Уравнения теплопереноса в двумерном случае будут иметь вид:

$$\rho_i c_i\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\chi_i\frac{\partial T_i}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}(\chi_i\frac{\partial T_i}{\partial y})+$$
$$+f(x,y,t), i = 1,2. \qquad (3)$$

Введем коэффициенты температуропроводности K_i :

$$K_i = \frac{\chi_i}{\rho_i c_i},$$

которые также будут функциями пространственных координат x, y, и перепишем уравнение (3) в следующем дивергентом виде:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho_i c_i}\left(\frac{\partial}{\partial x}\chi_i\frac{\partial T_i}{\partial x}\right) + \frac{1}{\rho_i c_i}\left(\frac{\partial}{\partial y}\chi_i\frac{\partial T_i}{\partial y}\right)+$$
$$+\frac{1}{\rho_i c_i}f(x,y,t), i = 1,2. \qquad (4)$$

Для решения уравнения (4) применяется численный метод с использованием продольно-поперечной конечно-разностной схемы (метод переменных направлений). Согласно [3, 6], схема расчета для областей Ω_1 и Ω_2 записывается в следующем общем виде:

$$\frac{T^{k+1/2} - T^k}{0.5\cdot\Delta t} = [KT_x]_x^k + [KT_y]_y^{k+1/2} + F^k,$$

$$\frac{T^{k+1} - T^{k+1/2}}{0.5 \cdot \Delta t} = [KT_x]_x^{k+1} + [KT_y]_y^{k+1/2} + F^k.$$

Здесь $F = \frac{K}{\rho c}\left[\frac{\partial(\rho c)}{\partial x} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c)}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial y}\right] + \frac{1}{\rho c} f(x, y, t)$, Δt – шаг по времени.

Для реализации представленной схемы для каждой области Ω_i, $i = 1, 2$, вводится равномерная разностная сетка (x_n, y_m). Значения сеточной функции $T(x, y, t)$ в узлах сетки обозначим $(T^k)_{n,m} = T(x_n, y_m, t^k)$. При этом используется следующая разностная аппроксимация для слагаемых:

$$[KT_x]_x \approx \bar{K}_{n+1} \frac{T_{n+1,m} - T_{n,m}}{h_x^2} - \bar{K}_n \frac{T_{n,m} - T_{n-1,m}}{h_x^2},$$

где $\bar{K}_{n+1} = K_{n+1/2,m}$, $K_{n+1/2,m} = K\left(x_{n+1/2}, y_m\right)$, $x_{n+1/2} = x_n + 0.5h_x$, $h_x = h_1$ (для области Ω_1) или $h_x = h_2$ (для области Ω_2).

В результате преобразований получим систему линейных алгебраических уравнений

$$-a_{n,m} T_{n,m-1}^{k+1/2} + b_{n,m} T_{n,m}^{k+1/2} - c_{n,m} T_{n,m+1}^{k+1/2} = d_{n,m},$$

$$-a_{n,m} T_{n-1,m}^{k+1} + b_{n,m} T_{n,m}^{k+1} - c_{n,m} T_{n+1,m}^{k+1} = d_{n,m},$$

соответствующую (4). Данные системы решаются методом прогонки. При этом в направлении y используется обычный вариант данного метода [6].

Для определения T_1 и T_2 на $(k+1)$ временном слое используем условия непрерывности температур и тепловых потоков на границе раздела (2) и представление решения (т. е. температуры в каждой из областей) в таком виде, когда $(T_1)_{n,m}$ и $(T_2)_{n,m}$ выражаются через неизвестные значения температуры $(T_1)_{N_1,m} = (T_2)_{1,m}$ на границе раздела $x = 0$. Представления вида

$$(T_1)_{n,m} = \beta_{n,m}^1 + \gamma_{n,m}^1 \bar{T}_m, (T_2)_{n,m} = \beta_{n,m}^2 + \gamma_{n,m}^2 \bar{T}_m,$$

где $\bar{T}_m$ – температура на границе раздела областей Ω_1 и Ω_2, позволяют организовать своеобразную прогонку с параметрами, коими являются граничные значения температуры $\bar{T}_m$, и найти сначала сами эти значения, а затем и распределение температуры в областях Ω_1 и Ω_2.

Общая схема численного решения задачи состоит в осуществлении следующих этапов.

1. Переход на новый временной слой t^{k+1} начинается с расчета температуры $T_1^{k+1/2}$ и $T_2^{k+1/2}$ на промежуточном временном слое $t^{k+1/2}$. Расчет производится в каждой из областей $T_1^{k+1/2}$

2. Затем, с помощью прогонки с параметрами, вычисляются значения температур T_i^{k+1}, где $i = 1, 2$ на слое $(k + 1)$ одновременно в обеих областях Ω_1 и Ω_2.

Разработка и отладка процедуры восстановления характеристик теплового режима почв осуществлялась на одномерной задаче о распределении температуры в почве, имеющей неоднородную структуру почвенных пластов [7–10].

Результаты численных расчетов

1. При расчете теплового поля суточные колебания температуры почвы затухают уже на глубине 40–60 см; сезонные же изменения распространяются на значительно большую глубину [1, 3]. В модели нижнюю границу поместили на расстоянии 160 см от поверхности почвы. Это объясняется наличием экспериментальных данных и отсутствием суточного хода температуры. Поэтому нижнее граничное условие по температуре на этой глубине внутри каждых суток считается постоянным, а его изменение в сезоне вегетации задается в виде зависимости от температуры воздуха.

2. Анализ многолетних данных показал существование лага, то есть смещения во времени температуры почвы на глубине 160 см по сравнению с изменением температуры воздуха (рис. 2). Минимум температуры почвы на глубине 160 см наблюдается в апреле, максимум – в сентябре. Наличие смещения позволило определить некоторый средний промежуток времени, на который необходимо сдвинуть уровни одного ряда относительно другого, и построить зависимость температуры почвы на глубине 160 см от температуры воздуха. Коэффициент корреляции между рядами динамики при этом хорошо характеризует тесноту связи и равен 0,91.

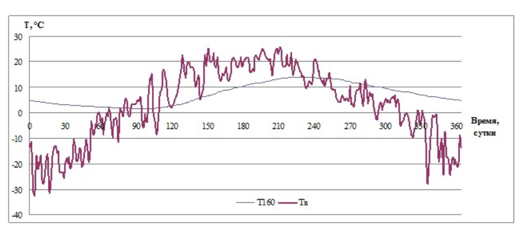

Рис. 2. Зависимость температуры воздуха и почвы на глубине 160 см

3. В период вегетации в течение каждых суток температура поверхности почвы достигает

минимума, примерно, в момент восхода Солнца, максимума – когда Солнце находится в зените, после чего вновь уменьшается.

4. Температура почвы на глубине 120–160 см не изменяется в течение суток, но имеет явно выраженный сезонный ход. Характерные профили температуры для мая и августа приведены на рис. 3.

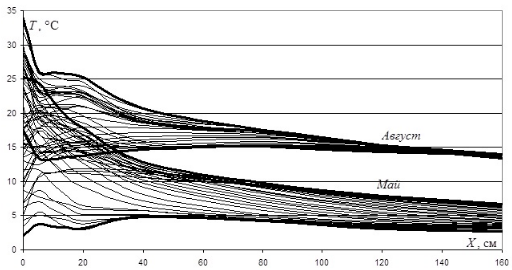

Рис. 3. Профили температуры почвы в различные периоды вегетации

5. В математическую постановку задачи входят коэффициенты теплоемкости и теплопроводности, которые зависят от влажности и плотности почвы. Объемная теплоемкость почвы определяется по формуле $c(\omega) = (0,2 + \omega/100)\rho$.

6. Связь теплопроводности и влажности почвы хорошо аппроксимируется квадратичной зависимостью вида:

$$\chi(\omega) = c(\omega) \cdot (\lambda_1(\omega - \lambda_4) + \lambda_2\rho + \lambda_3). \quad (5)$$

Коэффициенты λ_i, входящие в (5), определены по литературным источникам и уточнены при проведении численных экспериментов: $\lambda_1 = -0,013$, $\lambda_2 = 3,1$, $\lambda_3 = 1,21$, $\lambda_4 = 20$.

Численный алгоритм решения задачи реализован для неоднородного почвенного компартмента. Полученные результаты хорошо согласуются с данными по теплофизическим свойствам выщелоченных черноземов Алтайского Приобья. Они близки как по значениям, так и по характеру зависимостей, и отражают объективные почвенно-физические факторы. Результаты моделирования отражают динамику распределения температур по почвенному профилю в течение суток и в течение года. По результатам проведенных расчетов получены следующие выводы: коэффициент объемной теплоемкости линейно растет при увеличении влажности; коэффициент температуропроводности имеет ярко выраженный максимум при определенных влажностях; коэффициент теплопроводности нелинейно возрастает, стремясь к «насыщению». Теплофизические свойства почвы закономерно изменяются в зависимости от плотности сложения генетических горизонтов.

Работа выполнена при финансовой поддержке благотворительного фонда В.В. Потанина.

Библиографический список

1. Хворова, Л. А. Динамическое моделирование и прогнозирование в агрометеорологии / Л. А. Хворова, А. Г. Топаж. – Барнаул : Изд-во АлтГУ, 2010. – 263 с.

2. Хворова, Л. А. Модель теплового режима почвы в пространственно-дифференцированных технологиях точного земледелия / Л. А. Хворова // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2011. – № 4(128). – С. 101–106.

3. Хворова, Л. А. Численное моделирование составляющих теплового режима почв Алтайского Приобья / Л. А. Хворова, А. В. Жариков // Известия АлтГУ. – 2013. – № 1/2. – С. 126–130.

4. Khvorova, L. A. Using of a dynamic computer model of the agricultural ecosystem for the operational and long-term forecasting of agricultural production / L. A. Khvorova, N. V. Gavrilovskaya // European Researcher. – 2012. – Vol. 20. – № 5–1. – P. 499–502.

5. Хворова, Л. А. Математические модели в теории и практике точного земледелия / Л. А. Хворова // Известия АлтГУ. – 2011. – № 2. – С. 123–128.

6. Воеводин, А. Ф. Численные методы исследования конвективных течений: реализация метода расщепления по физическим процессам / А. Ф. Воеводин, О. Н. Гончарова, Т. В. Протопопова // Известия АлтГУ. – 2013. – № 1/1. – С. 88–93.

7. Брыксин, В. М. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании / В. М. Брыксин, Н. В. Гавриловская, А. Г. Топаж и др. – Барнаул : Изд-во АлтГУ, 2013. – 256 с.

8. Хворова, Л. А. Применение информационных технологий, математических методов и моделей для обработки и анализа многомерных данных / Л. А. Хворова, Н. В. Гавриловская, Н. Н. Лопатин // Известия АлтГУ. – 2006. – № 1. – С. 83–88.

9. Гавриловская, Н. В. Информационно-прогностическая система сбора, обработки, анализа и обобщения агрометеорологической информации / Н. В. Гавриловская, Л. А. Хворова // Известия АлтГУ. – 2010. – № 1/1. – С. 65–68.

10. Хворова, Л. А. Методы исследования чувствительности моделей продуктивности агроэкосистем / Л. А. Хворова // Известия АлтГУ. – 2013. – № 1/1. – С. 128–132.